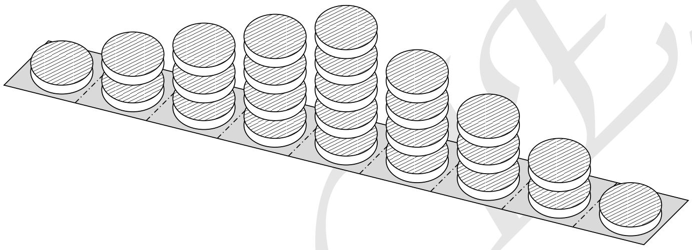
Le Jeu Des Captures

Olivier Ramaré

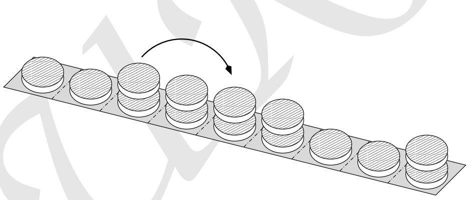
Vous connaissez certainement le jeu du solitaire, qui se joue sur une planchette en bois et où des pions se déplacent en en mangeant d'autres. Nous vous proposons ici un jeu différent, plus simple sous certains aspects, mais dont la mathématisation est tout aussi déficiente.

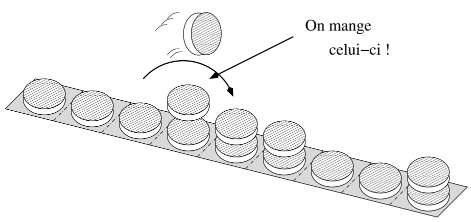
Nous jouons sur une barrette en bois qui contient neuf cases alignées, sur lesquelles nous déposons des piles de pions, classiquement en pyramide



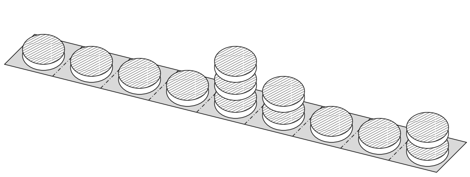
La position de départ classique : la pyramide

Un coup consiste à prendre un pion sur une colonne, lui faire manger un pion à côté (à droite ou à gauche) en sautant par dessus et à le faire atterrir sur la case qui suit :





ce qui nous mène au final à la position :

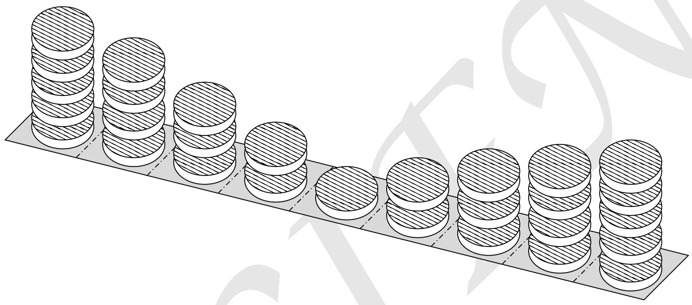


Pour plus d'informations, regarder à partir du 30 mai sur le site de la SMF :

`http://iml.univ-mrs.fr/ ramare/Jeux/IndexJeux.html`

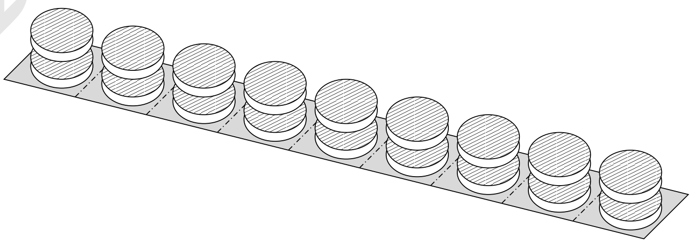
Premier problème : en partant de la position initiale Pyramide (celle du début, avec 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2 et 1 pions), il faut arriver au nombre minimal de pions.

Deuxième problème : en partant de la position initiale Créneau ci-dessous, le but est d'arriver au nombre minimal de pions. Y-a-t'il plusieurs solutions ?



Une autre position initiale : le créneau

Troisième problème : Voici toujours un problème où il faut arriver à un nombre minimal de pions, mais en partant d'une petite double ligne de pions :



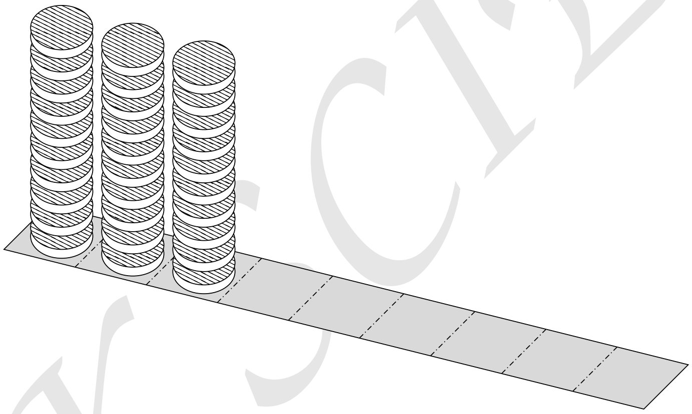
Le muret

Le joueur persévérant arrivera à réduire cette position à deux pions. Il faut ensuite démontrer *que ce nombre minimal est effectivement égal à deux !*

Quatrième problème (celui-ci est ouvert, c'est à dire que je n'en connais pas de solution). Je crois que si l'on part d'une position initiale contenant au moins un pion sur chaque case, on peut toujours arriver à une position contenant au plus deux pions. Saurez-vous démontrer cela, ou montrer que c'est faux en contruisant un contre-exemple ?

Cinquième problème : en partant de la position Pyramide (celle du début, avec 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2 et 1 pions), quelles sont les cases sur lesquelles nous pouvons poser le dernier pion ?

Sixième problème : changeons un peu d'angle d'approche. En partant de la position suivante, où il y a dix pions sur chacune des trois premières colonnes :



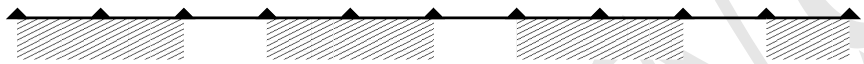
Peut-on atteindre la dernière case ?

Le but est ici d'essayer de déposer un pion sur la dernière case (celle qui est le plus à droite), quelque soit ce qui reste sur les autres cases de la barrette.

Problème supplémentaire : Déterminer un algorithme qui, en prenant comme données une position initiale et une position finale, détermine si l'on peut passer de l'une à l'autre. Bien sûr, nous pouvons essayer toutes les possibilités, mais peut-on trouver une façon de faire plus rapide, voire extrêmement plus rapide ?

Notes & Éléments De Solution

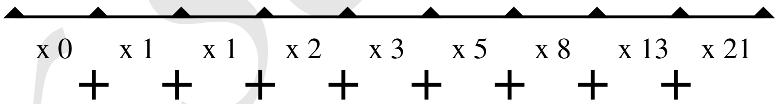
Première approche / indication : Regardons notre barrette de profil et décidons de colorier en gris certaines cases, comme dans ce diagramme :



Une façon de griser les cases

Nous proposons à la lectrice de compter le nombre de pions sur des cases grises sur la position initiale et de voir comment évolue ce nombre lorsque qu'on joue un coup.

Seconde approche / indication : Regardons à nouveau notre barrette de profil, mais cette fois-ci nous ne grisons pas certaines cases : nous leur associons un poids*, c'est à dire un entier (ici 0, 1 deux fois, 2, 3, 5, 8, 13 et 21) selon le diagramme ci-dessous :*



Un système de poids

Lorsque nous observons une position, nous lui associons le nombre suivant :

- *nous comptons le nombre de pions sur la deuxième case, et le multiplions par 1.*
- *à ce nombre, nous ajoutons le nombre de pions sur la troisième case et le multiplions encore par 1.*
- *Nous continuons et ajoutons au résultat principal le nombre de pions sur la quatrième case que nous multiplions par 2.*
- *...*
- *Et enfin, nous ajoutons à ce nombre le nombre de pions sur la neuvième case que nous multiplions par 21.*

La question est bien sûr de savoir ce que nous pouvons faire de ce nombre. La réponse est là : ce nombre baisse lorsque que l'on passe d'une position à une autre *! Ce qu'il faut bien évidemment démontrer, et la preuve permettra sûrement de comprendre comment ces poids ont été choisis.*

Pour jouer en ligne, aller sur le site :

`http://iml.univ-mrs.fr/ ramare/Jeux/IndexJeux.html`